Ecuaciones y sistemas

¡A por ellos!
Plan Rebeca

1º) Saber y tener claro "las **identidades notables**": cuadrado de un binomio y suma por diferencia. Si no sabes de dónde viene y no lo tienes en los apuntes, puedes verlo en las páginas 90 y 91 del libro. Tenemos también bastantes ejercicios hechos y corregidos en clase.

2º) Resolución de **ecuaciones de 1^er^ grado**. Ya sabes los pasos para resolver:

1.- Quitar denominadores (además de saberlo es bueno que entiendas por qué se hace así).

2.- Quitar paréntesis. (Cuidado con los menos que hay delante)

3.- Simplificar en cada miembro. Así consigues tener menos términos y no equivocarte al transponer.

4.- Transponer términos: incógnitas en un miembro y constantes en el otro. Es bueno entender que esto se hace por la equivalencia de ecuaciones al sumar (restar) la misma cantidad en ambos miembros.

5.- Simplificar.

6.- Resolver. Debes entender por qué el coeficiente que tenga la incógnita pasa al otro lado dividiendo (¡si no es cero!); Es por la propiedad de las ecuaciones equivalentes: se puede multiplicar (dividir) ambos miembros por el mismo número.

Tenemos hechas algunas en clase pero puedes entrenar con las que hay en el libro en las páginas 116 (de 74 a 94) y 117-118 (de 151 a 171); las primeras son muy facilitas; tú te puedes graduar sobre cuantas hacer para que te salgan perfectas y con soltura.

Por ejemplo:

$$\frac{2x+6}{3}-\frac{x+1}{2}=1-\frac{3x+9}{4}$$

$4(2x+6) - 6(x+1) = 12\cdot 1 - 3(3x+9)$ (ya hemos quitado los denominadores)

$8x + 24 - 6x - 6 = 12 - 9x-27$ (ya hemos quitado los paréntesis)

$2x+18 = -9x-18$ (hemos operado lo que podemos en cada miembro)

$2x+9x = -18-18$

$11x= -36$;

$x = \frac{-36}{11}$

¿Dónde encuentras problema? Pregúntame. Ahora te toca resolver hasta que te salgan bien. Para saber las soluciones finales de lo que hagas puedes comprobarlo (es lo mejor), ponerlas en wiris (te da la solución final) o lo miramos en el solucionario.

3º) Resolución de **ecuaciones de 2º grado.** Lo primero es ponerlas en la forma general. Ya sabes, con todos los términos en el primer miembro e igualadas a cero ¿Cómo? Pues:

1.- Quitar denominadores.

2.- Quitar paréntesis y hacer las operaciones de multiplicación que te encuentres (identidades notables, multiplicación de binomios,...)

3.- Simplificar en cada miembro. Así consigues tener menos términos y no equivocarte al transponer.

4.- Transponer términos.- Todos los términos en el primer miembro e igualada a cero.

5.- Simplificar y dejar el primer miembro ordenado en sentido decreciente. Ahora te encontrarás la ecuación como $ax^2+bx+c=0$

6.- Fíjate bien en la ecuación, si es completa o incompleta y repasa el método para resolver en cada caso (lo tienes en los apuntes y en la página 108-109). Diferéncialo, cada uno tiene su por qué.

Puedes obtener 2 soluciones, 1 o ninguna (repasa discriminante, página 110)

Por ejemplo:

$$(x-1)^2 = \frac{3x+5}{5}$$

$5(x-1)^2=3x+5$

$5(x^2-2x+1) = 3x+5$

$5x^2-10x+5=3x+5$

$5x^2-13x=0$ es incompleta

$x(5x-13)=0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ 5x-13) = 0\ ;\ x = \frac{13}{5} \end{cases}$ S: $x_1=0$; $x_2=13/5$

Tienes muchas para practicar en las páginas 118 y 119 del libro. Hay muchas de ellas que tenemos hechas en clase; en otro caso, para saber las soluciones finales de lo que hagas puedes comprobarlo (es lo mejor), ponerlas en wiris (te da la solución final) o lo miramos en el solucionario.

4º) Resolución de **sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.** Lo primero que hay que hacer es ponerlo en su forma general.

La forma general de un sistema de ecuaciones lineales es:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Resolver un sistema es encontrar los valores de las variables o incógnitas que hacen verdadera las dos ecuaciones del sistema.

a) ¿Entiendes la interpretación geométrica?

b) ¿Algún problema para resolverlo gráficamente? (allá donde tengas problema, pregúntame)

Los métodos de resolución analítica.- En todos ellos se trata de quedarnos con una sola incógnita en una ecuación que podemos resolver y después se halla la otra incógnita sustituyendo este valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones. Fíjate que son bien diferenciados.

MÉTODO de SUSTITUCIÓN

1. Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones. Procuramos elegir la que menos nos complique; sería ideal que tuviese de coeficiente 1.
2. En la otra ecuación sustituimos la variable que hemos despejado en el paso anterior por la expresión obtenida. (Ya tenemos una ecuación con una sola incógnita)
3. Se resuelve.
4. Ahora hay que hallar el valor de la otra incógnita. Podemos hacerlo desde la expresión donde la tenemos despejada con el valor que hemos obtenido.

Así:

$$\left.\begin{array}{l} 2(x+y) - y = 7 - 5x \\ \dfrac{4y-5x}{3} = \dfrac{2(x+y)}{3} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} 7x+y=7 \\ -7x+2y=0 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} y=7-7x \\ -7x+2(7-7x)=0 \end{array}\right\}$$

$$-7x+14-14x=0$$

$$-21x=14$$

$$x=\frac{14}{-21}=-\frac{2}{3}$$

De $y=7-7x$, $y=7-7\cdot\left(\frac{-2}{3}\right)=7+\frac{13}{3}=\frac{7}{3}$

S: $x=-2/3$, $y=7/3$

MÉTODO POR IGUALACIÓN

REGLA: Para la eliminación por Igualación, se siguen los siguientes pasos:

1. Se despeja una de las incógnitas en cada una de las ecuaciones, ésta debe ser la misma en ambas.
2. Se igualan los dos valores de las incógnitas así obtenidas.
3. Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que así se obtiene.
4. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las ecuaciones originales.
5. Se comprueba la solución, sustituyendo los valores obtenidos en las ecuaciones dadas.

Así:

$2(x-3) + \frac{5y}{2} = 4$

$3(x+1) = 1 + \frac{5x+5y-2}{9}$

$4x+5y=20$

$22x-5y=-20$

$y= \frac{20-4x}{5}$

$y= \frac{22x+20}{5}$

$$\frac{20-4x}{5} = \frac{22x+20}{5}$$

20-4x=22x+20

-4x-22x= 20-20

-26x=0; x=0

De $y= \frac{20-4x}{5}$, y=20/5=4, S: x=0, y=4

MÉTODO DE REDUCCCIÓN

El objetivo es eliminar una de las incógnitas sumando ambas ecuaciones pero, para ello, han de tener coeficientes opuestos. Esto lo conseguimos multiplicando una o ambas ecuaciones por algún numero para hacer las transformaciones necesarias.

1. Se realizan las transformaciones oportunas para conseguir que una de las variables tenga coeficientes opuestos.
2. Se suman ambas ecuaciones (así conseguimos quedarnos con una sola incógnita).
3. Se resuelve.
4. Ahora hay que hallar el valor de la otra incógnita. Podemos hacerlo desde cualquiera de las ecuaciones del principio

Por ejemplo:

8x + 3(y-1) = 4

12x = 2(5-3y) – 2(4x-1)

8x+3y=7

20x+6y=12

8x+3y=7

10x+3y=6

(-1) -8x-3y=-7

10x+3y=6

2x =-1

x=-1/2

De 8x+3y=7 ,

$8\cdot\left(\frac{-1}{2}\right) + 3y = 7$

-4+3y=7

3y=11, y=11/3

S: x=-1/2, y=11/3

A veces se puede aplicar directamente. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{3x}{4}-\dfrac{2y}{3}=1\\ \dfrac{5x}{2}+\dfrac{4y}{3}=14\end{array}\right\}\begin{cases}9x-8y=12\\15x+8y=84\end{cases}$$

24x=96

x=4

De $9x-8y=12$, 9·4-8y=12

-8y= 12-36

y=-24/-8=3

S: x=4, y=3

Pero en otras hay que modificar las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}3x-4y=8\\2x-3y=7\end{array}\right\}\begin{array}{l}(-3)\\(\cdot 4)\end{array}\left.\begin{array}{l}-9x+12y=-24\\8x-12y=28\end{array}\right\}$$

-x=4; x=-4

De 3x – 4y = 8 ; 3·(-4)-8y=8; -12-8y=8; y=$\frac{20}{-8}=\frac{-5}{2}$;

S: x=-4, y=-5/2

Problemas

Conviene empezar con ellos desde que domines las ecuaciones de primer grado; al menos a plantearlos (traducir a lenguaje algebraico). Ya sabes que:

1º Hay que leer bien el enunciado y saber de qué trata: números, edades, geométrico, ventas,…

2º Elegir la incógnita o las incógnitas.

3º Traducir a lenguaje algebraico.

4º Resolver la ecuación o sistema.

5º Razonar la coherencia y validez de la solución. ¿Es lógica la solución? ¿Verifica el enunciado del problema?

6º Volver a leer lo que se nos pide y dar la respuesta.

Tenemos muchos resueltos en clase, hay en el libro y en los compartidos en drive. Aquí te dejo estos ejemplos con los comentarios en azul.

1. Si la diferencia entre dos números es 20 y dos veces el primero es 12 veces el segundo ¿de qué números se trata?
   Al leer vemos que va de números. Ahora elegimos la incógnita
   x: primer número ; y: el segundo número
   Vamos a traducir el enunciado

$$\begin{cases} x - y = 20 \\ 2x = 12y \end{cases} \begin{cases} x - y = 20 \\ x - 6y = 0 \end{cases}$$

Resolvemos por el método que queramos, resulta x=24, y=4

Solución que resulta factible y que verifica el enunciado. Vemos la pregunta y contestamos.

Los números son 24 y 4.

2. Hace cinco años Pedro tenía triple edad que Jesús y dentro de un año sólo será el doble. ¿Cuáles son las edades de ambos en la actualidad?

   Va de edades. Puede ayudarnos una tabla

	Actual	Hace 5 años	Dentro de 1 año
Pedro	x	x-5	x+1
Jesús	y	y-5	y+1

Ahora traducimos el enunciado

$$\begin{cases} x - 5 = 3(y - 5) \\ x + 1 = 2(y + 1) \end{cases}$$

Pasando a forma general y resolviendo resulta x=23, y=11, que es coherente y cumple con el enunciado.

Pedro tiene 23 años y Jesús 11

3. La base de un rectángulo es 10 cm más larga que la altura. Su área mide 600 metros cuadrados. Calcular las dimensiones del rectángulo.

Solución:
Base= x
Altura=y
10 cm= 0,1 m

<u>El sistema:</u> Queda en forma general :

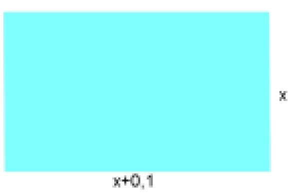
$$\left.\begin{array}{l} x = 0,1 + y \\ x \cdot y = 600 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x - y = 0,1 \\ x \cdot y = 600 \end{array}\right\}$$

de donde, x = 24,545 , y =24,445

La base mide 24,545 m y la altura 24,445 m.

Autor: Álvaro Sánchez Núñez.
15 de marzo 2018

En estos geométricos conviene hacer el dibujo, suele ayudar. Este problema también se podría resolver como ecuación



x(x+0,1)=600
x^2+0,1x-600=0
de donde se obtiene:
x_1= -24,5449 y x_2= 24,4449
La primera no es solución al problema (no puede tener altura negativa).
De x= 24,4449 tenemos x+0,1= 24,5449

Y la solución: *La base mide 24,5449 m y la altura 24,4449 m*